电磁场数值计算

王泽忠

电磁场数值计算

一、电磁场理论基础与边值问题
二、电磁场数值计算的数学基础
三、有限元法（FEM)
四、边界元法(BEM)
五、时域有限差分法(FDTD)
六、模拟电荷法
七、ANSYS软件简介
八、工程电磁场分析举例

二、电磁场的边值问题

1、静电场的边值问题

基本方程

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$$

$$\boxed{\boldsymbol{E} = -\nabla \varphi}$$

利用恒等式

$\nabla \times (\nabla u) = 0$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$

$$\boxed{\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \nabla \cdot (\varepsilon \boldsymbol{E}) = \varepsilon \nabla \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{E} \cdot \nabla \varepsilon = \rho}$$

均匀介质此项为零

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

$$\boxed{-\varepsilon \nabla^2 \varphi = \rho}$$

泊松方程

第一类边界条件

$$\varphi\big|_{\Gamma} = \varphi_0$$

狄利赫立问题

第二类边界条件

$$\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n}\bigg|_{\Gamma} = \sigma_0$$

聂伊曼问题

第三类边界条件

$$\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n}\bigg|_{\Gamma} + \beta\varphi = \sigma_0$$

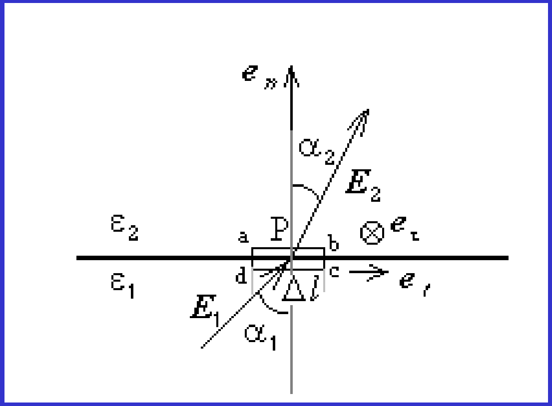
劳平问题

混合边界条件

部分边界为第一类、部分边界为第二类

介质分界面条件

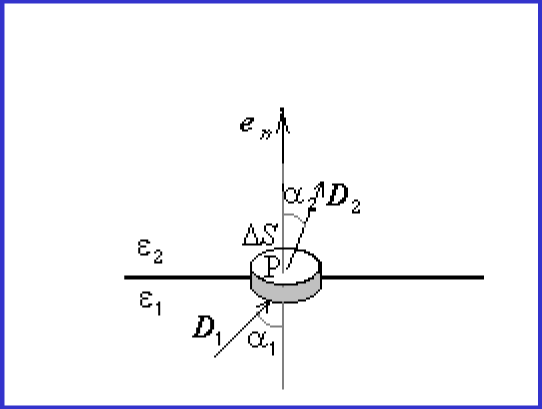
$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1) = 0 \qquad E_{2t} = E_{1t}$$



$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_1) = \sigma \qquad D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} - \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \sigma$$



2、恒定电流场的边值问题

基本方程

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=0 \qquad \boxed{\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi}$$

均匀媒质

此项为零

$$\nabla\bullet\boldsymbol{J}=0$$

$$\boxed{\nabla\bullet\boldsymbol{J}=\nabla\bullet(\gamma\boldsymbol{J})=\gamma\nabla\bullet\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}\bullet\nabla\gamma=0}$$

$$\boldsymbol{J}=\gamma\boldsymbol{E}$$

电导率

拉普拉斯

方程

$$\boxed{-\gamma\nabla^{2}\varphi=0}$$

第一类边界条件

$$\left.\varphi\right|_{\Gamma} = \varphi_0$$

狄利赫立问题

第二类边界条件

$$\left.\gamma\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{\Gamma} = J_0$$

聂伊曼问题

第三类边界条件

$$\left.\gamma\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{\Gamma} + \beta\varphi = J_0$$

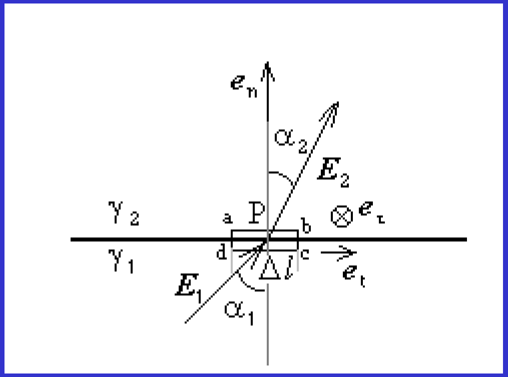
劳平问题

混合边界条件

部分边界为第一类、部分边界为第二类

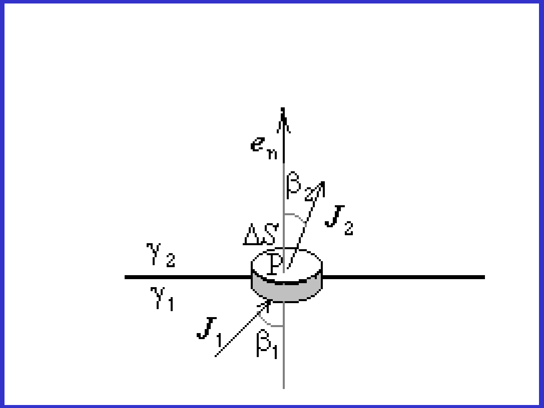
导电媒质质分界面条件

$$\boldsymbol{e}_n \times \left(\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1\right) = 0 \qquad E_{2t} = E_{1t}$$



$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot \left(\boldsymbol{J}_2 - \boldsymbol{J}_1\right) = 0 \qquad J_{2n} = J_{1n}$$



$$\gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \gamma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$$

3、恒定磁场的边值问题

基本方程

利用矢量恒等式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad \boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

均匀媒质
此项为零

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A} \right) = \frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) - (\nabla \times \boldsymbol{A}) \times \nabla \frac{1}{\mu} = \boldsymbol{J}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \qquad \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A} \right) = \boldsymbol{J}$$

磁导率

第一类边界条件 $A\big|_{\Gamma} = A_0$ $A_t\big|_{\Gamma} = A_{t0}$

狄利赫立问题

第二类边界条件

$$\frac{1}{\mu}(\nabla \times A) \times e_n\big|_{\Gamma} = K$$

聂伊曼问题

第三类边界条件

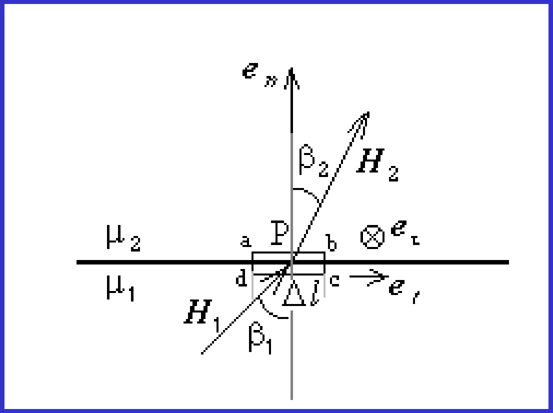
劳平问题

混合边界条件

部分边界为第一类、部分边界为第二类

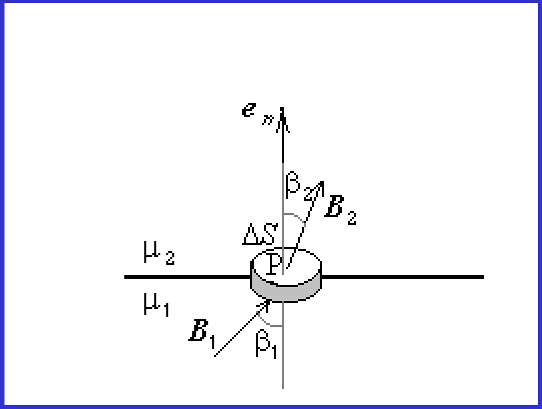
媒质分界面条件

$$\boldsymbol{e}_n \times \left(\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{H}_1\right) = \boldsymbol{K}$$



$$\boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_1 \qquad A_t\big|_{\Gamma} = A_{t0}$$

$$\boldsymbol{e}_n \bullet \left(\boldsymbol{B}_2 - \boldsymbol{B}_1\right) = 0$$



$$\boldsymbol{e}_n \times \left(\frac{1}{\mu_2}\nabla \times \boldsymbol{A}_2 - \frac{1}{\mu_1}\nabla \times \boldsymbol{A}_1\right) = \boldsymbol{K}$$

4、涡流场的边值问题（忽略位移电流）

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

根据磁通连续性（1）

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{A}) = -\nabla \times \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$$

根据电磁感应定律（2）

$$\nabla \times (\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}) = 0$$

$$\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = -\nabla \varphi$$

恒等式

$$\nabla \times \nabla \varphi = 0$$

$$\boldsymbol{E} = -(\nabla \varphi + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t})$$

涡流场基本方程

忽略位移电流

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

根据全电流定律（3）

$$\nabla\times\frac{1}{\mu}\nabla\times\boldsymbol{A}+\sigma(\nabla\varphi+\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t})=\boldsymbol{J}_S$$

根据电流连续性（4）

$$\nabla\bullet\sigma(\nabla\varphi+\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t})=0$$

在正弦稳态情况下（用相量表示）

$$\nabla\times\frac{1}{\mu}\nabla\times\dot{\boldsymbol{A}}+\sigma(\nabla\dot{\varphi}+j\omega\dot{\boldsymbol{A}})=\dot{\boldsymbol{J}}_S$$

$$\nabla\bullet\sigma(\nabla\dot{\varphi}+j\omega\dot{\boldsymbol{A}})=0$$

边界条件

第一类边界条件

$$\dot{\boldsymbol{A}} = \dot{\boldsymbol{A}}_0$$

第二类边界条件

$$\boldsymbol{e}_n \times \left(\frac{1}{\mu_2} \nabla \times \dot{\boldsymbol{A}} \right) = \dot{\boldsymbol{K}}_0$$

导电媒质表面边界条件

$$(\sigma \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \sigma \nabla \varphi) \bullet \boldsymbol{e}_n = 0$$

媒质分界面条件

$$\boldsymbol{e}_n \times \left(\frac{1}{\mu_2} \nabla \times \dot{\boldsymbol{A}}_2 - \frac{1}{\mu_1} \nabla \times \dot{\boldsymbol{A}}_1 \right) = \dot{\boldsymbol{K}}$$

$$\dot{\boldsymbol{A}}_2 = \dot{\boldsymbol{A}}_1$$

$$\sigma_1 \nabla \dot{\varphi}_1 \bullet \boldsymbol{e}_n = \sigma_2 \nabla \dot{\varphi}_2 \bullet \boldsymbol{e}_n$$

5、准静态场的边值问题（忽略感应电动势）

基本方程

$$\nabla \times \dot{\boldsymbol{E}} = 0$$

忽略感应电动势

$$\dot{\boldsymbol{E}} = -\nabla \dot{\varphi}$$

忽略感应电流
在正弦情况下
用相量表示

根据电流连续性

$$\nabla \cdot (\gamma \dot{\boldsymbol{E}} + j\omega\varepsilon \dot{\boldsymbol{E}}) = 0$$

基本方程

$$(j\omega\varepsilon + \gamma)\nabla^2 \dot{\varphi} = 0$$

边界条件

$$\dot{\varphi}\big|_{\Gamma} = \dot{\varphi}_0$$

$$(\gamma + j\omega\varepsilon)\frac{\partial\dot{\varphi}}{\partial n}\bigg|_{\Gamma} = \dot{J}_0$$

媒质分界面条件

$$\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1$$

$$(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)\frac{\partial\dot{\varphi}_2}{\partial n} = (\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)\frac{\partial\dot{\varphi}_1}{\partial n}$$

有弱导电媒质的低频场采用准静态场模型

如：

- **有半导体绝缘材料的工频电场**
- **有污秽存在的绝缘子工频电场**

高频电磁场（全波）边值问题
同学可自行查阅有关资料得出结论

参考书：

1、倪光正等. 工程电磁场数值计算.
机械工业出版社，2004

2、金建铭（王建国译）. 电磁场有限元方法.
西安电子科技大学出版社，1998

3、谢德馨等. 三维涡流场的有限元分析.
机械工业出版社，2001

4、老大中. 变分法基础.
国防工业出版社，2007